

S z k o l n y K o n k u r s M a t e m a t y c z n y
 Δ „ D e l t a ” Δ

I etap 2009/10r.

K l a s a I

Z A D A N I A K O N K U R S O W E

Zadanie 1. Niech $a > 0$. Oblicz ile wynosi wartość wyrażenia $a^3 + \frac{1}{a^3}$ wiedząc, że $(a + \frac{1}{a})^2 = 7$.

Zadanie 2. Oblicz

$$\sqrt{\sqrt{1 + 3000\sqrt{1 + 3001\sqrt{1 + 3002\sqrt{1 + 3003 \cdot 3005}}}}}$$

Zadanie 3. Ile dzielników liczby $2^{12} - 1$ znajduje się między liczbami 10 i 100. Zapisz tok rozumowania.

Zadanie 4. W pewnym sklepie 16 gum do żucia kosztuje dokładnie tyle, ile gum do żucia można kupić za jedną złotówkę. Ile groszy kosztuje jedna guma do żucia?

Zadanie 5. Udowodnij, że kwadrat dowolnej liczby całkowitej nieparzystej ma postać $8k + 1$, gdzie $k \in \mathbb{C}$.

Zadanie 6. Znajdź wszystkie rozwiązania w liczbach całkowitych równania $3x + 5y = 1$.

Zadanie 7. Zauważmy, że liczbę $\frac{8}{5}$ można przedstawić w postaci skończonego ułamka łańcuchowego arytmetycznego w sposób następujący:

$$\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{8}{5} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

Postępując analogicznie przedstaw w postaci skończonego ułamka łańcuchowego arytmetycznego liczbę $\frac{18}{7}$.

Zadanie 8. Sprzedawczyni spółdzielni spóżywców opowiadała taką – zdawałoby się – niewiarygodną historię:

– Dzisiaj pierwsza klientka kupiła połowę wszystkich jajek i jeszcze pół jajka, druga kupiła połowę pozostałych jajek i znowu pół jajka, trzecia kupiła połowę pozostałych jajek i pół jajka – i tak samo było z czwartą i piątą klientką. Wtedy zostało w koszu jedno jajko.

– Opowiada pani niestworzone rzeczy! Komu by pani sprzedała pół jajka!

– Ale ja nikomu nie sprzedałam pół jajka, tylko zawsze całe jajka!

Tu wtrącił się do rozmowy pewien mężczyzna mówiąc:

– Ja byłem szóstym klientem. Kupiłem połowę całego zapasu jajek i jeszcze pół jajka.

Na to sprzedawczyni:

– Pamiętam, tak było! Pan kupił ostatnie jajko!

Koniec.

Pytanie brzmi: Ile było jaj przeznaczonych do sprzedaży tego dnia rano?

Zadanie 9. Wierzchołki czworokąta $ABCD$ znajdują się w punktach o współrzędnych: $A = (-2, -5)$, $B = (8, 0)$, $C = (3, 4)$ i $D = (-4, -2)$. Oblicz obwód czworokąta $ABCD$ oraz podaj współrzędne punktu przecięcia prostej CD z osią OY .

Zadanie 10. Przekątna sześcianu jest o 1cm dłuższa od krawędzi tego sześcianu. Oblicz jego pole powierzchni.

Rozwiązania dowolnej liczby zadań, napisane każde na oddzielnej i podpisanej kartce, należy oddać nauczycielom matematyki do dnia:

20 stycznia 2010r. (środa).

Adres strony internetowej: <http://mathematics.eu.interia.pl/delta.html>

E-mail: mathematics@interia.eu